

UNIVERSIDAD DE COSTA RICA  
SEDE DE OCCIDENTE  
SECCIÓN DE MATEMÁTICA  
II CICLO 2013  
CURSO MA0123

Principios de Matemática  
MA0123  
LISTA DE EJERCICIOS #3

1. Sea  $E = \{a, b, c, d, e, f, g, h, k\}$ ;  $A = \{a, b, c, g\}$ ;  $B = \{d, e, f, g\}$ ;  $C = \{a, c, f\}$  y  $D = \{f, h, k\}$ .  
Calcule:
  - a.  $A \cup B$
  - b.  $A - B$
  - c.  $A \cap B$
  - d.  $P(A), P(B), P(A - B), P(A) - P(B), P(A \cap B)$
  - e.  $(A \cup B)^c$
  - f.  $(A \cap B)^c$
  - g.  $(C \cup D)^c$
  - h.  $|A \cup B \cup C|$
  - i.  $C \triangle D$
  - j.  $P(A^c), P(B^c), P(A^c - B^c)$
2. Demuestre que para cualesquiera conjuntos  $A, B \subseteq E$ . Las siguientes proposiciones son equivalentes.
  - a.  $A \subseteq B$
  - b.  $A \cup B = B$
  - c.  $A \cap B = A$
  - d.  $B^c \subset A^c$
3. Utilice las propiedades de conjuntos para simplificar las siguientes expresiones:
  - a.  $A \cap (B - A)$
  - b.  $(A - B) \cup (A \cap B)$
  - c.  $((A \cup B) \cap C)^c \cup B^c$
  - d.  $A^c \cup B^c \cup (A \cap B \cap C^c)$
  - e.  $[(B^c \cup A) \cap [(A^c \cap (B \cap C)) \cap (A \cup C)]]^c$

f.  $(A \cup B^c) \cap [(A \cup B^c)^c \cup B^c]$

4. Muestre que para cada  $i \in \mathbb{N}, A_i \subseteq E$  se tiene que:

a.  $\left( \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i \right)^c = \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i^c$

b.  $\left( \bigcap_{i \in \mathbb{N}} A_i \right)^c = \bigcup_{i \in \mathbb{N}} A_i^c$

5. Pruebe o desapruebe las siguientes igualdades, para los conjuntos  $A, B \subseteq E$ :

a.  $P(A \cup B) = P(A) \cup P(B)$

b.  $P(A \cap B) = P(A) \cap P(B)$

6. Sea  $F$  una colección de conjuntos. Pruebe que para cada conjunto  $B$ , se tiene que:

$$B - \bigcup_{A \in F} A = \bigcap_{A \in F} (B - A)$$

$$B - \bigcap_{A \in F} A = \bigcup_{A \in F} (B - A)$$

7. Pruebe o desapruebe la siguiente afirmación:

$$(A_1 \times A_2) \cap (B_1 \times B_2) = (A_1 \cap B_1) \times (A_2 \cap B_2)$$

8. Demuestre la validez de las siguientes proposiciones:

a.  $A^c \times B^c \subseteq (A \times B)^c$

b.  $B - A \subseteq (A - B)^c$

c.  $A \times (B \cap C)^c = (A \times B^c) \cup (A \times C^c)$

d.  $(A \times B) \cup (C \times D) \subseteq (A \cup C) \times (B \cup D)$

e.  $P(A - B) \subseteq [P(A) - P(B)] \cup \{\emptyset\}$

f.  $A \cap (B - C) = (A \cap B) - (A \cap C)$

g.  $(A \cup B^c) \cap [(A \cup B^c)^c \cup B^c] = B^c$

9. Demuestre la validez de las siguientes proposiciones:

a.  $A - (B - C) \subseteq (A - B) \cup C$

b.  $A - (B \cup C) = (A - B) \cap (A - C)$

c.  $A \subseteq B \Leftrightarrow P(A) \subseteq P(B)$

d.  $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$

e.  $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \subseteq B^c$

f.  $A \triangle B = (A \cup B) - (A \cap B)$